Colégio GEO João Pessoa
2^o Ano do Ensino Médio

Prof. Pedro Júnior
pedromatematico06@gmail.com

24 de Fevereiro de 2010

Lista 01 - Matrizes

1 Conteúdo da Avaliação Parcial

Construção matricial a partir de uma fórmula dada; Igualdade de matrizes; Adição e Subtração de matrizes; Produto de um número por uma matriz; Produto de matrizes; Transposta de uma matriz;

2 Exercícios de Aprendizagem

E01 Construa as seguintes matrizes:

(a) $A = (a_{ij})_{2\times 2}\,;\, a_{ij} = 2i - j$

(b) $B = (b_{ij})_{2\times 3}\,;\, b_{ij} = \begin{cases} 2i+j, & \text{se } i \geq j \\ i-j, & \text{se } i < j \end{cases}$

(c) $C = (c_{ij})_{3\times 2}\,;\, c_{ij} = \begin{cases} -2, & \text{se } i = j \\ 3i, & \text{se } i \neq j \end{cases}$

(d) $D = (d_{ij})_{3\times 3}\,;\, d_{ij} = i^2 - j^2$

(e) $E = (e_{ij})_{1\times 3}\,;\, e_{ij} = 2ij$

(f) $F = (f_{ij})_{3\times 3}\,;\, f_{ij} = \dfrac{1}{i+j}$

E02 Determine x e y de modo a tornar verdadeiras as seguintes igualdades:

(a) $\begin{bmatrix} 2x+3y & z+3 \\ x-4y & 2z-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ -11 & 7 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} x+y & x-y \\ z & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & x^2 \end{bmatrix}$

E03 Calcular a soma $C = (c_{ij})_{3\times 3}$ das matrizes $A = (a_{ij})_{3\times 3}$ e $B = (b_{ij})_{3\times 3}$ tais que $a_{ij} = i^2+j^2$ e $b_{ij} = 2ij$

E05 Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

determine a matriz X tal que $X + A = B - C$.

E06 Determine as matrizes X e Y, que satisfazem ao sistema

$$\begin{cases} X + Y = 3A \\ X - Y = 2B \end{cases}$$

onde $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

$\boxed{\mathbf{E}_{07}}$ Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, determine a matriz $A^2 + 2A - 11 \cdot I$, em que I é a matriz identidade de ordem 2.

$\boxed{\mathbf{E}_{08}}$ Resolva a equação matricial $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$.

$\boxed{\mathbf{E}_{09}}$ Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 13 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ determine o valor de $x + y$ sabendo-se que $AC = B$.

$\boxed{\mathbf{E}_{10}}$ Senndo A uma matriz quadrada, definimos $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{n \text{ vezes}}$. Sendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, determine o valor da soma $A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{40}$.

$\boxed{\mathbf{E}_{11}}$ **(ITA - SP)** Sejam A e B matrizes quadrada de ordem n tais que $AB = A$ e $BA = B$. Então $\left[(A+B)^t\right]^2$ é igual a:

(a) $(A+B)^2$ (b) $2 \cdot \left(A^t \cdot B^t\right)$ (c) $2 \cdot \left(A^t + B^t\right)$ (d) $A^t + B^t$ (e) $A^t \cdot B^t$

References

[1] Iezzi, Gelson e Hazzan, Samuel; Fundamentos de Matemática Elementar Vol. 04; 7ed. - São Paulo: Atual, 2004.